

**VODIČ ZA PREDMET  
MATEMATIKA  
U ŠKOLSKOJ 2013/2014. GODINI**

**Stručni tim:**

**Sead Softić**

**Sanja Rončević – Vuk      Maja Hrbat**

**decembar, 2013. godine**

## SADRŽAJ

### 1. OPĆI CILJEVI I ISHODI ZNANJA

#### 1.1. Ishodi znanja

### 2. STRUKTURA TESTA

#### 2.1. Primjeri zadataka po tematskim cjelinama

I – Brojevni izrazi

II - Geometrijski i stereometrijski elementi sa brojevnim izrazima

III - Stepeni sa prirodnim eksponentom

IV - Polinomi i linearna funkcija oblika  $y = kx + n$

V - Algebarski razlomci

VI - Linearne jednačine sa jednom nepoznom

VII - Linearne nejednačine sa jednom nepoznom

VIII - Primjena linearnih jednačina sa jednom nepoznom i sistema linearnih jednačina sa dvije nepoznate u algebri - algebarski „problemi“ sa jednom/dvije nepoznate

IX - Primjena linearnih jednačina sa jednom nepoznom i sistema linearnih jednačina sa dvije nepoznate u geometriji – geometrijski „problemi“ sa jednom /dvije nepoznate

X - Primjena linearnih jednačina sa jednom nepoznom i sistema linearnih jednačina sa dvije nepoznate u stereometriji – „geometrijska tijela“ i stereometrijski „problemi“ sa jednom/dvije nepoznate

### 3. UPUTSTVO ZA TESTIRANJE

### 4. PRIMJER URAĐENOG TESTA

### 5. LITERATURA

## 1. OPĆI CILJEVI ISPITA I ISHODI ZNANJA

Matematika je na Eksternoj maturi obavezni predmet koji će polagati svi učenici devetog razreda osnovne škole. To se odnosi i na učenike sa posebnim potrebama koji su po individualnim i individualiziranim programima izučavali ovaj predmet u osnovnoj školi.

Svi ispitni ciljevi koji se žele postići Eksternom maturom kao i očekivani rezultati iz nastavnog predmeta Matematika temelje se na elementima definiranim Nastavnim planom i programom devetogodišnje osnovne škole u Kantonu Sarajevo.

Osnovni je zadatak Eksterne mature za nastavni predmet Matematika ispitnim testom izvršiti generalnu provjeru temeljnih znanja i vještina učenika.

Istovremeno, cilj je da trajno usvojena znanja učenicima posluže kao čvrst temelj za buduće proširivanje znanja.

### 1.1. ISHODI ZNANJA

Prve četiri grupacije primjera u Vodiču (I, II, III, IV), sadrže matematske „pitalice“ koje se odnose na primjenu osnovnih matematskih pravila i na geometrijske pojmove u vidu određenja tačnosti navedenih iskaza ili tvrdnji na principu zaokruživanja, potcrtavanja i slično.

U ovim grupacijama su:

- brojevni izrazi sa osnovnim računskim operacijama, kombinovano sa izračunavanjem elementarnih planimetrijskih i stereometrijskih pojmova;
- stepeni sa prirodnim eksponentom i osnovne operacije sa njima;
- polinomi i linearna funkcija sa temeljnim pojmovima i karakteristikama, bez većih proširenja, zastupljeni su u potrebnoj mjeri.

- Slijedećih šest grupacija (V, VI, VII, VIII, IX, X) su isključivo zadaci sa postupnom izradom.

U ovim grupacijama su:

- algebarski razlomci, predstavljeni jednostavnijim primjerima u kojima se direktno primjenjuju rekurzivne formule;
- linearne jednačine i nejednačine sa jednom nepoznatom, ujednačene težine za čije je uspješno rješavanje potrebno primijeniti osnovno znanje iz brojevnih razlomaka i elementarna algebarska pravila;
- primjena linearnih jednačina sa jednom nepoznatom i jednostavnijih sistema od dvije jednačine sa dvije nepoznate, se javlja kod rješavanja tzv. problema sa jednom i sa dvije nepoznate koji su ovdje predstavljeni u tri grupacije (VIII, IX, X).

Sve tri navedene grupacije zadataka ovog tipa, zahtijevaju adekvatna izračunavanja primjenom prethodno stečenog znanja kroz vježbu zadataka (I –VII). Očekuje se da će svi učenici najviše pažnje i rada posvetiti rješavanju upravo ovih zadataka i shodno tome, postići dobre rezultate i adekvatan stepen tačnosti izrade.



## 2. STRUKTURA TESTA

Svi zadaci u Vodiču su koncipirani na osnovu nastavnih jedinica iz važećeg Nastavnog plana i programa devetogodišnje osnovne škole. Selekcija zadataka je izvršena na osnovu odobrenih udžbenika Matematike za devetogodišnju osnovnu školu.

Vodič sadrži sve informacije o ispitu, uputstva za testiranje, kao i literaturu koja je korištena pri njegovoj izradi.

- Ispitni test će se sastojati od 10 zadataka ujednačene težine i slične strukture kao u Vodiču.
- Prva četiri zadataka u testu bit će „pitalice“ koje se odnose uglavnom na razna matematska pravila i adekvatna izračunavanja, kako algebarskih tako i geometrijskih pojmova u vidu određenja tačnosti navedenih iskaza, tvrdnji i slično. Učenici će zaokružiti jednu od ponuđenih mogućnosti koja predstavlja tačan rezultat.
- Slijedećih šest zadataka su zadaci sa postupnom izradom. U rješavanju ovih zadataka učenici trebaju ponuditi obrazloženje postignutog rezultata da bi zadatak bio vrednovan odgovarajućim brojem bodova.
- Zadaci se boduju sa 0, 50 ili 1 bod.

## PRIMJERI ZADATAKA PO TEMATSKIM CJELINAMA

### 4. I. BROJEVNI IZRAZI

1. Vrijednosti numeričkog izraza :

$$6\left\{3-\left[2+\frac{1}{3}\left(10-\frac{5}{2}\right)+1\right]\right\} \quad \text{je :} \quad \text{a) } -15 \quad \text{b) } 11 \quad \text{c) } 3$$

Zaokruži slovo ispred tačnog rezultata.

**Rješenje:** Prvo ćemo izvršiti naznačene operacije u “maloj” zagradi , pa onda u “srednjoj” i na kraju u “velikoj”, kako slijedi :

$$\begin{aligned} 6\left\{3-\left[2+\frac{1}{3}\left(10-\frac{5}{2}\right)+1\right]\right\} &= 6\left\{3-\left[2+\frac{1}{3}\cdot\frac{20-5}{2}+1\right]\right\} = 6\left\{3-\left[2+\frac{1}{3}\cdot\frac{15}{2}+1\right]\right\} = 6\left\{3-\left[2+\frac{5}{2}+1\right]\right\} = \\ 6\left\{3-\left[\frac{4+5+2}{2}\right]\right\} &= 6\left\{3-\left[\frac{11}{2}\right]\right\} = 6\left\{\left[\frac{6-11}{2}\right]\right\} = 6\left\{\left[\frac{-5}{2}\right]\right\} = \frac{-30}{2} = -15. \quad \text{Dakle , tačno je a) !} \end{aligned}$$

2. Ako je  $A = |-7+9| \cdot |-3+5-2|$  i  $B = -2|9-13|+5|-17+8|$ , da li je  $(A-B):B$  cijeli broj ?

DA NE

Zaokruži tačan odgovor.

**Rješenje:** Kako je apsolutna vrijedenost realnog broja nenegativna , to nakon sređivanja izraza dobijemo :

$$A = |-7+9| \cdot |-3+5-2| = |2| \cdot 0 = 0 \quad , \quad B = -2|-4|+5|-9| = -2 \cdot 4 + 5 \cdot 9 = -8 + 45 = 37 ,$$

tj.  $A - B = -37$  , a oдавde je  $(A - B) : B = -37 : 37 = -1$ . Tačan odgovor je DA !

### 5. II. GEOMETRIJSKI I STEREOMETRIJSKI ELEMENTI SA BROJEVNIM IZRAZIMA

1. Mogu li 26 , 47 , 73 biti mjerni brojevi stranica nekog trougla ? DA NE  
Zaokruži tačan odgovor !

**Rješenje :** Svaka stranica trougla mora biti manja od zbira druge dvije , a veća od apsolutne vrijednosti njihove razlike ! Kako je u ovom primjeru  $73 = 26 + 47$  , to dati brojevi ne mogu biti mjerni brojevi stranica niti jednog trougla ! Dakle, tačan odgovor je NE !

2. U pravougaoniku stranice  $a = 4$  cm i dijagonale  $d = 5$  cm, druga stranica je  $b = 3$  cm.

DA NE

Zaokruži tačan odgovor !

**Rješenje :** U svakom pravougaoniku dijagonala  $d$  i njegove dvije, međusobno okomite stranice  $a$  i  $b$ , obrazuju pravougli trougao, pa na osnovu Pitagorine teoreme vrijedi relacija  $b^2 = d^2 - a^2 = 9$ , pa je  $b = 3$  cm. Tačan odgovor je DA!

3. Ako je zapremina uspravnog valjka  $100\pi\text{cm}^3$ , a prečnik njegove osnove 10cm, onda mu je visina

a)  $H = 3$  cm      b)  $H = 4$  cm .

Zaokruži slovo ispred tačnog odgovora !

**Rješenje :** Kako je zapremina valjka  $V = r^2\pi H$ , a  $2r = 10 \Rightarrow r = 5$  cm, to iz  $r^2\pi H = 100\pi \Rightarrow H = 4$  cm. Tačan odgovor je b).

### 6. III. STEPENI SA PRIRODNIM EKSPONENTOM

1. Zaokruži slovo ispred tačne vrijednosti izraza :  $2^{30} + 2^{30} + 2^{30} + 2^{30}$  a)  $2^{32}$  b)  $8^{120}$  c)  $8^{30}$

**Rješenje :** Očigledno imamo 4 puta  $2^{30}$ , pa tako i napišemo :  $4 \cdot 2^{30} = 2^2 \cdot 2^{30} = 2^{30+2} = 2^{32}$ , jer je po pravilu  $a^m \cdot a^n = a^{m+n}$ . Tačan odgovor je a).

2. Izrazi  $A = -x^6 \cdot (-x^3)^2 : x^6$  i  $B = \frac{x^6(-x^3)^2}{x^{15} : (-x^3)^3}$  su jednaki DA NE

Zaokruži tačan odgovor !

**Rješenje :** Koristeći pravila za izvođenje računskih operacija sa stepenima, imamo:

$$A = -x^6 \cdot (-x^3)^2 : x^6 = -x^6 \cdot x^6 : x^6 = -x^{12} : x^6 = -x^6$$

$$B = \frac{x^6(-x^3)^2}{x^{15} : (-x^3)^3} = \frac{x^6 \cdot x^6}{x^{15} : (-x^9)} = \frac{x^{12}}{-x^6} = -x^6 . \text{ Tačan odgovor je DA !}$$

3. Jednakost :  $1 - 2y + y^2 + (1-2y)^2 = 9$  je tačna za  $y = -2$ . DA NE

Zaokruži tačan odgovor !

**Rješenje :** Imamo da je :  $1 - 2y + y^2 + (1-2y)^2 = (1 - y)^2 + (1-2y)^2 =$

$$(1 + 2)^2 + (1 + 4)^2 = 9 + 25 = 34 > 9, \text{ pa je tačan odgovor NE !}$$

## 7. IV. POLINOMI I LINEARNA FUNKCIJA OBLIKA $y = kx + n$

1. Koja od funkcija: a)  $-2x - y = 0$  b)  $y = 2x$  c)  $2x + y = 5$  ima grafik paralelan sa grafikom funkcije  $2x - y = 5$ . Zaokruži slovo ispred tačnog odgovora.

**Rješenje:** Funkcije  $y = k_1x + n_1$  i  $y = k_2x + n_2$  imaju paralelne grafike ako su im koeficijenti pravca jednaki, tj.  $k_1 = k_2$ . Ako napišemo tzv. eksplicitni oblik svake od datih funkcija dobijemo a)  $y = -2x$ , b)  $y = 2x$ , c)  $y = -2x + 5$  i  $y = 2x - 5$ . Sada vidimo da funkcija b) ima koeficijent pravca  $k = 2$  jednako kao i data funkcija  $y = 2x - 5$ . Tačan odgovor je b)!

2. Ako grafik funkcije  $y = (k - 2)x - (2k - 3)$  na koordinatnoj osi  $Oy$  odsjeca odsječak dužine 5, onda je vrijednost parametra (općeg broja)  $k$  jednaka (-1). DA NE  
Zaokruži tačan odgovor!

**Rješenje:** U funkciji  $y = kx + n$ , koeficijent  $n$  predstavlja vrijednost odsječka na  $y$  osi.

U datom zadatku je  $n = -(2k - 3)$ , pa mora biti  $-(2k - 3) = 5$ .

Slijedi:  $-2k + 3 = 5$ , tj.  $2k = 3 - 5 = -2$ , odnosno  $k = -1$ . Tačan odgovor je NE!

3. Ako je  $x = 2$  nula funkcije  $y = \frac{4 - m}{2}x - m - 3$ , onda je  $m = 2$ . DA NE

Zaokruži tačan odgovor!

**Rješenje:** Na osnovu postavke zadatka je  $y = 0$  za  $x = 2$ . Zato je

$$\frac{4 - m}{2} \cdot 2 - m - 3 = 0 \Rightarrow 4 - m - m - 3 = 0 \Rightarrow -2m = -1 \Rightarrow m = \frac{1}{2}. \text{Odgovor je NE!}$$

## 8. V. ALGEBARSKI RAZLOMCI

1. Primjenom naznačenih računskih operacija, pojednostavi izraz:  $\left(\frac{x}{y} + \frac{y}{x} - 2\right) \cdot \frac{xy}{x - y}$ , ( $x \neq y \wedge x, y \neq 0$ )

**Rješenje:**  $\left(\frac{x}{y} + \frac{y}{x} - 2\right) \cdot \frac{xy}{x - y} = \left(\frac{x^2 + y^2 - 2xy}{xy}\right) \cdot \frac{xy}{x - y} = \frac{(x - y)^2}{xy} \cdot \frac{xy}{x - y} = x - y$

2. Skratiti razlomke: a)  $\frac{x^3 - x^2}{x - x^3}$ , b)  $\frac{a^3 - a}{a^3 + 2a^2 + a}$ , ( $a \neq -1 \wedge a \neq 0$ ) i ( $x \neq \pm 1 \wedge x \neq 0$ )

**Rješenje:** a)  $\frac{x^3 - x^2}{x - x^3} = \frac{x^2(x - 1)}{x(1 - x^2)} = \frac{x^2(x - 1)}{-x(x^2 - 1)} = \frac{x^2(x - 1)}{-x(x - 1)(x + 1)} = -\frac{x}{x + 1}$ .

b)  $\frac{a^3 - a}{a^3 + 2a^2 + a} = \frac{a(a^2 - 1)}{a(a^2 + 2a + 1)} = \frac{a(a - 1)(a + 1)}{a(a + 1)^2} = \frac{a - 1}{a + 1}$ .

3. Koliko mora biti  $a$  da bi razlomak  $\frac{36 - 9a}{a^2 + 2}$ , bio jednaki nuli?

**Rješenje:** Razlomak je jednak nuli ako mu je brojnik jednak nuli u domenu definiranosti razlomka. Tako mora biti  $36 - 9a = 0 \Rightarrow 9a = 36 \Rightarrow a = 4$ . (Dati razlomak je definiran  $\forall a \in R$  jer je  $a^2 + 2 \neq 0, \forall a \in R$ !)



## 9. VI . LINEARNE JEDNAČINE SA JEDNOM NEPOZNATOM

Riješiti linearne jednačine sa jednom nepoznatom:

1.  $5x - 2 - 2(4x - 3) = 3x + 2$

**Rješenje:**  $5x - 2 - 2(4x - 3) = 3x + 2$ , tj.

$$5x - 2 - 8x + 6 = 3x + 2 \Rightarrow 5x - 8x - 3x = 2 - 6 + 2$$

$$5x - 8x - 3x = 2 - 6 + 2 \Rightarrow -6x = -2 \Rightarrow 6x = 2 \Rightarrow x = \frac{1}{3}.$$

2.  $\frac{x+1}{2} - \frac{5x+1}{3} = \frac{1}{6}$

**Rješenje:** Pomnožit ćemo datu jednačinu sa NZS ( 2 , 3 , 6 ) = 6 . Tako dobijemo:

$$3(x+1) - 2(5x+1) = 1 \Rightarrow 3x + 3 - 10x - 2 = 1 \Rightarrow -7x = -1 \Rightarrow x = \frac{1}{7}.$$

3. Da li su ekvivalentne jednačine:  $42x - x^2 - (6+x)(6-x) = 50 - x$  i  $23 - 9x - 11 = 24 - 15x$

**Rješenje:** Jednačine su ekvivalentne ako imaju jednaka rješenja!

Riješimo date jednačine! Za prvu je:

$$42x - x^2 - (6+x)(6-x) = 50 - x \Rightarrow 42x - 36 = 50 - x \Rightarrow 43x = 86 \Rightarrow x = 2.$$

Za drugu je:  $23 - 9x - 11 = 24 - 15x \Rightarrow -9x + 15x = 24 - 23 + 11 \Rightarrow 6x = 12 \Rightarrow x = 2$

Vidimo da date jednačine imaju jednaka rješenja pa su ekvivalentne!

## 10. VII . LINEARNE NEJEDNAČINE SA JEDNOM NEPOZNATOM

Riješiti linearne nejednačine sa jednom nepoznatom:

1.  $4x - (2 - x) \leq 5x - [1 - (2 - x)]$

**Rješenje:**  $4x - (2 - x) \leq 5x - [1 - (2 - x)]$

$$\Leftrightarrow 4x - 2 + x \leq 5x - 1 + (2 - x) \Leftrightarrow 4x + x - 5x + x \leq 2 - 1 + 2 \Leftrightarrow x \leq 3.$$

2.  $\frac{x}{2} - \frac{2x+1}{3} - 1 < 0$

**Rješenje:** Ako pomnožimo datu nejednačinu sa NZS ( 2 , 3 ) = 6 , dobijemo:

$$3x - 2(2x+1) - 6 < 0 \Leftrightarrow 3x - 4x - 2 - 6 < 0 \Leftrightarrow \underline{-x < 8}.$$

Posljednju nejednakost treba pomnožiti sa ( - 1 ). Tako se dobije  $x > -8$ .

3. Odredi i napiši najveći cijeli broj  $x$  koji zadovoljava nejednačinu:  $3 - \frac{3}{4}x \geq \frac{3}{4}$ .

**Rješenje :** Ako pomnožimo datu nejednačinu sa 4, dobijemo

$$12 - 3x \geq 3 \Leftrightarrow -3x \geq -9 \Leftrightarrow x \leq 3.$$

Na osnovu posljednje nejednakosti zaključujemo da je traženi broj  $x = 3$ .

**11. VIII. PRIMJENA LINEARNIH JEDNAČINA sa jednom nepoznatom i sistema linearnih jednačina sa dvije nepoznate u algebri - ALGEBARSKI „PROBLEMI“ sa jednom/dvije nepoznate**

Riješiti slijedeće „probleme“ :

1. Koji je to broj čije su  $\frac{3}{4}$  za 9 veće od  $\frac{3}{5}$  tog broja.

**Rješenje :** Neka je traženi broj  $x$ , tada vrijedi  $\frac{3}{4}x = \frac{3}{5}x + 9$ .

Rješavanjem ove jednostavne jednačine, dobijemo  $x = 60$ .

2. Zbir dva broja iznosi 45, a njihova razlika je 11. Koji su to brojevi ?

**Rješenje :** Neka su traženi brojevi  $x$  i  $y$ . Tada je  $x + y = 45$  i

$$\underline{x - y = 11}.$$

Primjenom Gausove metode, poznate i pod nazivom

“metoda suprotnih koeficijenata” za rješavanje sistema linearnih jednačina,

zbir dobijenih jednačina daje jednačinu  $2x = 56$ , odakle je  $x = 28$  a

uvrštanjem ove vrijednosti u, npr. prvu jednačinu sistema dobijemo  $y = 17$ .

3. U školi sa 600 učenika, omjer dječaka i djevojčica je 3:5. Koliko ima djevojčica, a koliko dječaka u školi ?

**Rješenje :** Neka je traženi broj dječaka  $x$  a djevojčica  $y$ . Tada je  $x + y = 600$  i

$x : y = 3 : 5$ . Iz ove proporcije je  $5x = 3y$  a iz prve jednačine je  $y = 600 - x$

pa imamo :  $5x = 3(600 - x)$ . Rješenje posljednje jednačine je  $x = 225$ ,

a onda je  $y = 600 - x = 600 - 225 = 375$ .

Prema tome, u školi ima 225 dječaka i 375 djevojčica !

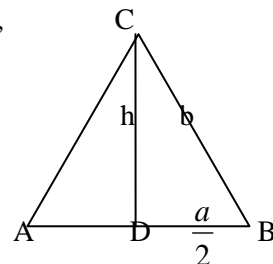
**12. IX. PRIMJENA LINEARNIH JEDNAČINA sa jednom nepoznatom i sistema linearnih jednačina sa dvije nepoznate u geometriji - GEOMETRIJSKI „PROBLEMI“ sa jednom/dvije nepoznate**

1. Osnovica jednakokrakog trougla je  $a = 8\text{cm}$  a dužina kraka je  $b = 5\text{cm}$ . Izračunati površinu tog trougla.

**Rješenje :** Visina koja odgovara osnovici jednakokrakog trougla polovi osnovicu pa iz pravouglog trougla BCD, na osnovu Pitagorine teoreme,

$$\text{slijedi : } h^2 = b^2 - \left(\frac{a}{2}\right)^2 = 25 - 16 = 9 \Rightarrow h = 3\text{cm}$$

$$P = \frac{ah}{2} = \frac{24}{2} = 12\text{cm}^2 .$$

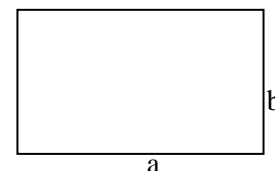


2. Neka je  $b = 10\text{ cm}$  stranica a  $O = 36\text{ cm}$  obim pravougaonika. Izračunati mu površinu.

**Rješenje :**

$$O = 2a + 2b \text{ tj. } 36 = 2a + 20, \text{ a odavde je } 2a = 16, \text{ tj. } a = 8\text{ cm}$$

$$P = ab = 80\text{cm}^2 .$$



3. Obim i površina kruga se odnose kao 1 : 2. Koliki je dijametar kruga?

**Rješenje :** Imamo da je  $O = 2r\pi$  i  $P = r^2\pi$ . Sada je

$$\frac{O}{P} = \frac{1}{2} \Rightarrow P = 2O \Rightarrow r^2\pi = 2 \cdot 2r\pi .$$

Iz posljednje jednakosti dobijemo ( poslije skraćivanja sa  $r\pi$  )  $r = 4\text{cm}$ .

Dijametar kruga je  $2r = 8\text{cm}$ .

**13. X. PRIMJENA LINEARNIH JEDNAČINA sa jednom nepoznatom i sistema linearnih jednačina sa dvije nepoznate u stereometriji – „GEOMETRIJSKA TIJELA“ I STEREOMETRIJSKI „PROBLEMI“ sa jednom/dvije nepoznate**

1. Izračunaj dužinu prostorne dijagonale (  $D$  ) kocke , ako je njena površina  $P = 486$  .

**Rješenje :** Ako je ivica kocke  $a$  ,onda za prostornu dijagonalu vrijedi  $D^2 = 3a^2$  tj.  $D = a\sqrt{3}$  .  
Kako je  $P = 6a^2 = 486$  , odavde dobijemo  $a^2 = 81 \Rightarrow a = 9$  .Sada je  $D = a\sqrt{3} = 9\sqrt{3}$  .

2. Kod pravilne četverostrane prizme je osnovna ivica  $a = 2$  , bočna ivica  $b = 1$  . Izračunaj joj površinu .

**Rješenje :** Površina  $P$  , svake prizme je  $P = 2B + M$  , gdje je  $B$  baza a  $M$  omotač prizme..

U ovom slučaju je baza kvadrat ( jer je prizma pravilna ! ) , a omotač čine četiri podudarna pravougaonika čije su stranice  $a$  i  $b$  . Tako imamo :  $B = a^2$  i  $M = 4ab$  ,  
pa je  $P = 2B + M = 2a^2 + 4ab = 8 + 8 = 16$  .

3. Površina uspravnog kružnog valjka je  $80\pi \text{ cm}^2$  , a poluprečnik njegove baze  $5\text{cm}$  . Izračunaj zapreminu tog valjka.

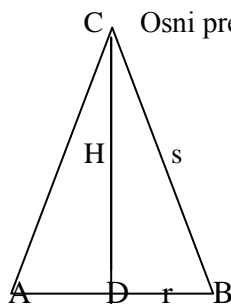
**Rješenje :** Površina uspravnog kružnog valjka je  $P = 2r\pi(r + H)$  a zapremina  $V = r^2\pi H$  .

Kad uvrstimo zadane vrijednosti dobijemo :  $10\pi(5 + H) = 80\pi$  , a odavde je

$5 + H = 8$  ,  $H = 3\text{cm}$  . Sada imamo :  $V = r^2\pi H = 25\pi \cdot 3 = 75\pi \text{ cm}^3$  .

4. Izračunaj površinu , uspravne kružne kupe , ako su joj poluprečnik baze  $r = 5$  i visina  $H = 12$  .

**Rješenje :** Površina  $P$  uspravne kružne kupe je  $P = r\pi(r + s)$  , gdje je  $s$  izvodnica kupe .



Osni presjek kupe je jednakokraki trougao čija je osniovica  $2r$  , visina  $H$  i krak  $s$  .

Trougao BCD je pravougli pa vrijedi Pitagorina teorema na osnovu koje

nalazimo  $s^2 = H^2 + r^2$  , a odavde je  $s^2 = 144 + 25 = 169$  tj.  $s = 13$  .

Sada je  $P = r\pi(r + s) = 5\pi(5 + 13) = 90\pi$  .

### 3. UPUTSTVO ZA TESTIRANJE

Ispit iz predmeta Matematika će se održati u isto vrijeme, pod jednakim uslovima i na isti način za sve učenike koji pristupe Eksternoj maturi.

- Na ispitu, koji traje 90 minuta, dozvoljena je upotreba grafitnih olovaka i gumica tokom rješavanja testa.
- Konačna verzija urađenog testa koji se predaje, mora biti napisana (neizbrisivom) hemijskom olovkom, sa crnim ili plavim mastilom !

Vrednovanje zadataka:

- Ukupan broj bodova finalnog testa je 10 bodova.
- Zadaci se boduju sa 0,50 ili 1 bod.

Nije dozvoljeno:

- nepridržavanje uputa dežurnog nastavnika,
- lažno predstavljanje,
- ometanje drugih učenika,
- prepisivanje,
- osvrtnje, razgovaranje, odnosno sporazumijevanje,
- upotreba digitrona, tablica vrijednosti, mobilnih telefona i drugih elektronskih uređaja, i upotreba rječnika.

Zadatak će se vrednovati sa 0 bodova ako je:

- netačan,
- zaokruženo više ponuđenih odgovora, a traži se jedan, i
- nečitko i nejasno napisan.

#### 4. PRIMJER URAĐENOG TESTA

Pitanja i zadaci		Maksim. broj bodova	Ostvareni broj bodova
<p>1. Vrijednost izraza <math>\frac{7}{6} : \frac{1}{2} - \frac{7}{3} + \frac{5}{2} - \frac{4}{3} \cdot 1\frac{1}{2}</math> je : A) <math>-3</math> B) <math>\frac{1}{2}</math></p> <p>Zaokruži slovo ispred tačnog odgovora !</p> <p><b>Rješenje :</b> <math>\frac{7}{6} : \frac{1}{2} - \frac{7}{3} + \frac{5}{2} - \frac{4}{3} \cdot 1\frac{1}{2} = \frac{7}{3} - \frac{7}{3} + \frac{5}{2} - \frac{4}{3} \cdot \frac{3}{2} =</math>  <math>= \frac{5}{2} - \frac{4}{2} = \frac{1}{2}</math></p>	<p>A. <input type="checkbox"/></p> <p>B. <input checked="" type="checkbox"/></p>	1	
<p>2. Da li devetougao ima 3 puta manje stranica nego dijagonala ?</p> <p style="text-align: right;">A ) DA      B) NE</p> <p>Zaokruži tačan odgovor !</p> <p><b>Rješenje :</b> Devetougao ima devet stranica ! Broj dijagonala n-tougla je <math>D_n = \frac{n(n-3)}{2} = \frac{9(9-3)}{2} = 27 = 3 \cdot 9</math>.</p> <p>Dakle , tačan odgovor je A) !</p>	<p>A. <input checked="" type="checkbox"/></p> <p>B. <input type="checkbox"/></p>	1	
<p>3. Jednakost <math>(-1)^2 + (-2)^3 + [(-2)^3]^2 = 57</math> je tačna A) DA B) NE</p> <p>Zaokruži tačan odgovor !</p> <p><b>Rješenje :</b> <math>(-1)^2 + (-2)^3 + [(-2)^3]^2 = 1 - 8 + 64 = 57</math>. Tačno je A)</p>	<p>A. <input checked="" type="checkbox"/></p> <p>B. <input type="checkbox"/></p>	1	

Pitanja i zadaci		Maksim. broj bodova	Ostvareni broj bodova
<p>4. Ako je <math>x = 1</math> nula funkcije <math>y = f(x) = (1-m)x - m + 1</math>, onda je <math>m = 2</math>.</p> <p style="text-align: center;">A) DA      B) NE</p> <p>. Zaokruži tačan odgovor !</p> <p><b>Rješenje :</b> Nula funkcije <math>y = f(x)</math> je svaki realan broj <math>x</math> za koji je <math>y = f(x) = 0</math>. Zato je <math>y = f(1) = 0</math>, tj. <math>(1-m) \cdot 1 - m + 1 = 0</math>, a odavde je <math>m = 1</math>, pa je tačan odgovor B) !</p>	<p>A. <input type="checkbox"/></p> <p>B. <input checked="" type="checkbox"/></p>	1	
<p>5. Skratiti razlomak : <math>\frac{x^2 - 1}{1 - x}</math>, (<math>x \neq 1</math>)</p> <p style="text-align: right;">R : <math>-(1 + x)</math></p> <p><b>Rješenje :</b> <math>\frac{x^2 - 1}{1 - x} = \frac{(x-1)(x+1)}{-(x-1)} = -(1+x)</math></p>		1	
<p>6. Riješiti linearnu jednačinu : <math>\frac{1}{2}(1-x) - \frac{x+2}{3} = -x</math></p> <p style="text-align: right;">R : <math>x = 1</math></p> <p><b>Rješenje :</b> <math>\frac{1}{2}(1-x) - \frac{x+2}{3} = -x \Leftrightarrow 3(1-x) - 2(x+2) = -6x</math>, a odavde je</p> <p style="text-align: center;"><math>3 - 3x - 2x - 4 = -6x</math>, tj. <math>6x - 5x = 1</math>, <math>x = 1</math>.</p>		1	
<p>7. Riješiti linearnu nejednačinu : <math>2(x-1) + 7x &lt; 4(x+3) - 9</math></p> <p style="text-align: right;">R : <math>x &lt; 1</math></p> <p><b>Rješenje :</b></p> <p style="text-align: center;"><math>2(x-1) + 7x &lt; 4(x+3) - 9 \Leftrightarrow 2x - 2 + 7x &lt; 4x + 12 - 9</math>,</p> <p style="text-align: center;"><math>9x - 4x &lt; 12 - 9 + 2 \Leftrightarrow x &lt; 1</math></p>		1	

Pitanja i zadaci		Maksim. broj bodova	Ostvareni broj bodova
<p><b>8.</b> Neki broj podijeljen sa 4 daje isti rezultat koji bismo dobili umanjujući njegovu dvostruku vrijednost za <math>\frac{7}{2}</math>. Koji je to broj?</p> <p style="text-align: right;">R : <math>x = 2</math></p> <p><b>Rješenje :</b> Neka je traženi broj <math>x</math>.</p> <p>Prema uvjetima zadatka slijedi :</p> $\frac{x}{4} = 2x - \frac{7}{2}.$ <p>Odavde je <math>x = 8x - 14</math>, <math>8x - x = 14</math></p> $x = 2.$		1	
<p><b>9.</b> Površina pravouglog trougla je <math>P = 30 \text{ cm}^2</math> a jedna kateta <math>b = 5 \text{ cm}</math>.</p> <p>Izračunaj dužinu : a) stranice a tog trougla <span style="float: right;">R : <math>a = 12 \text{ cm}</math></span></p> <p style="padding-left: 150px;">b) hipotenuze c tog trougla <span style="float: right;"><math>c = 13 \text{ cm}</math></span></p> <p><b>Rješenje :</b> a) <math>P = \frac{ab}{2} \Leftrightarrow \frac{ab}{2} = 30 \Leftrightarrow \frac{5a}{2} = 30 \Rightarrow a = 12 \text{ cm}.</math></p> <p>b) Sada je , po Pitagorinoj teoremi :</p> $c^2 = a^2 + b^2 = 144 + 25 = 169 \Rightarrow c = 13 \text{ cm}.$		a) 0,5  b) 0,5	
<p><b>10.</b> Površina uspravnog kružnog valjka je <math>80\pi \text{ cm}^2</math>, a poluprečnik njegove osnove je 5cm. Izračunati :</p> <p>a) dužinu visine H valjka      b) zapreminu V valjka.</p> <p style="text-align: right;">R : <math>H = 3 \text{ cm}</math> <math>V = 75 \text{ cm}^3</math></p> <p>a) <math>P = 2r\pi(r + H) \Rightarrow 10\pi(5 + H) = 80\pi \Leftrightarrow 5 + H = 8 \Rightarrow H = 3 \text{ cm}.</math></p> <p>b) Sada je <math>V = r^2\pi H = 25\pi \cdot 3 = 75\pi \text{ cm}^3.</math></p>		a) 0,5  b) 0,5	



## 5. LITERATURA

### Nastavni planovi i programi:

- Nastavni plan i program devetogodišnje osnovne škole Federacije Bosne i Hercegovine
- Nastavni plan i program devetogodišnje osnovne škole Kantona Sarajevo

### Udžbenici:

1. Arslanagić, Šefket i Milošević, Dragoljub (2011). *Matematika za VIII razred devetogodišnje osnovne škole*. Sarajevo: Bosanska riječ.
2. Arslanagić, Šefket i Milošević, Dragoljub (2012). *Matematika za IX razred devetogodišnje osnovne škole*. Sarajevo: Bosanska riječ.
3. Arslanagić, Šefket, Milošević, Dragoljub i Zolić, Arif (2011). *Zbirka zadataka iz Matematike za VIII razred devetogodišnje osnovne škole*. Sarajevo: Bosanska riječ.
4. Arslanagić, Šefket, Milošević, Dragoljub i Zolić, Arif (2012). *Zbirka zadataka iz Matematike za IX razred devetogodišnje osnovne škole*. Sarajevo: Bosanska riječ.
5. Hodžić, Abdulah (2006). *Zbirka riješenih zadataka iz matematike za prijemne ispite u srednjim školama*. Gračanica: Grafičko – izdavačko preduzeće „Grin“ d.d.
6. Huskić, Adem (2006). *Zbirka zadataka iz matematike*. Sarajevo: Svjetlost d.d. Zavod za udžbenike i nastavna sredstva.
7. Pavković, Boris i Veljan, Darko (2001). *Zbirka riješenih zadataka iz matematike za osnovnu školu*. Zagreb: Školska knjiga.
8. Radović, Ljubomir (1998). *Matematika – Zbirka riješenih zadataka za učenike osnovne škole*. Sarajevo: Sarajevo Publishing.